

物 理

(120 分)

(令和 6 年度 後期日程)

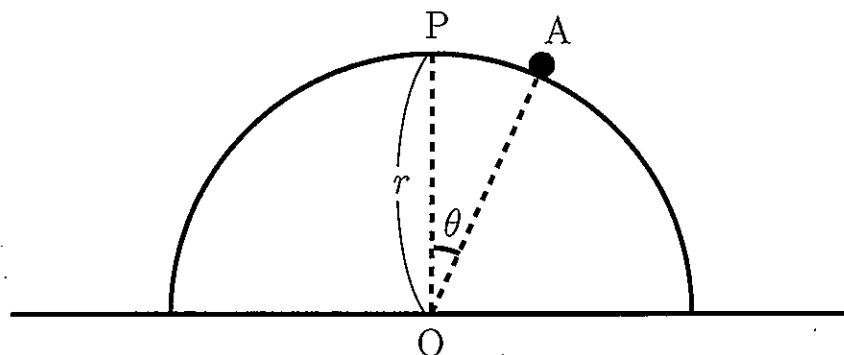
注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. この冊子は全部で 7 ページから成っています。表紙を開くと白紙があります。さらに、その白紙を開いた左のページから 1 ページ目の問題がはじまります。印刷が不鮮明な場合、又はページの脱落に気付いたときは、申し出てください。
3. 解答用紙は 2 枚です。
4. 解答は必ず解答用紙の指定された欄に記入してください。
5. 解答用紙には必ず受験番号、氏名を記入してください。記入を忘れたとき、あるいは誤った番号を記入したときは失格となることがあります。
6. 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
7. 解答は 200 点満点で採点され、海事システム工学科は採点結果の 1.5 倍が得点になります。
8. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

[1] (配点 50 点) 次の文章の中の [] にあてはまる式または数値を解答用紙の該当する欄に記入しなさい。重力加速度の大きさを g とする。

図のように、水平な床に、半径 r 、質量 m の一様な半球を固定した。半球の最上点 P に質量 m の小球 A を置いたところ、小球 A は静かに半球の表面に沿って運動を始めた。半球と小球の間の摩擦は無視できるものとする。半球の中心を O とし、角 POA を θ とする。小球が半球の表面に沿って運動し、 $\theta = \theta_1$ となった。このとき、床面を重力による位置エネルギーの基準とすると、小球の位置エネルギーは [解答欄(a)] である。また、力学的エネルギー保存の法則により、小球の速さは [解答欄(b)] となる。その後小球が運動を続け $\cos \theta = [\text{解答欄(c)}]$ となつたとき、小球は半球から離れた。

次に半球の固定を外し、半球が床上を自由に運動できるようにした。床と半球の間の摩擦は無視できるものとする。静止した半球の最上点 P に小球 A を置いたところ、小球 A は静かに半球の表面に沿って運動を始めた。一方、半球は小球の水平方向の速度成分とは逆向きに床上を運動し始めた。小球が半球の表面に沿って運動し、 $\theta = \theta_2$ となった瞬間を考える。床に対する半球の速さを V とし、床に対する小球の水平方向の速さを v_x 、垂直方向の速さを v_y とする。半球と小球の間の相対的な運動を考慮すると、 $\tan \theta_2 = [\text{解答欄(d)}]$ となる。ここで運動量保存の法則を用いると、 $v_x = [\text{解答欄(e)}] V$ であることがわかる。一方、 $v_y = [\text{解答欄(f)}] V \tan \theta_2$ であるので、床に対する小球の速さを v としたとき、 v を θ_2 、 V を用いて表すと [解答欄(g)] となる。この式と力学的エネルギー保存の法則より、 v を θ_2 、 g 、 r を用いて表すと [解答欄(h)] となる。

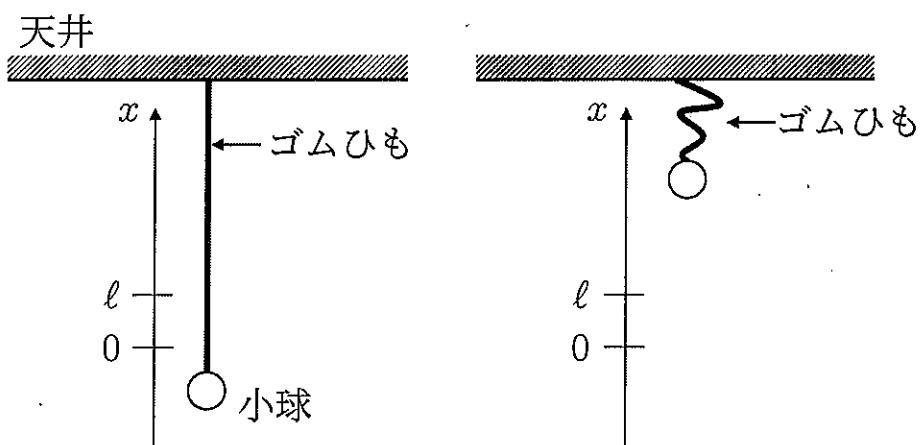


- [2] (配点50点) 次の文章の中の にあてはまる式を解答用紙の該当する欄に記入しなさい。
 ただし, 解答欄(iv) 以降は, ばね定数 k を解答には用いないこととする。また, 解答欄(ix)
 については, 解答用紙の該当する場所に実線でグラフを描きなさい。ただし, 軸には 解答欄(v),
 解答欄(vii), 解答欄(viii) の式, および1周期運動した時点の時刻を記入しなさい。重力加速度の大きさを g , 円周率を π とする。

質量を無視することができ, のびているときのみ復元力がはたらくゴムひも (のびているときのゴムひもは, ばね定数 k のばねとみなしてよい) の一端に質量 m の小球を取り付け, ゴムひもの他端を天井に固定したところ, 小球は静止した。このときの小球の位置を原点として, 鉛直上向きに x 軸をとることとする。このとき, ゴムひもの自然の長さ (自然長) からののびは 解答欄(i) であり, これを l とする。以下では, 小球の運動はたるんだゴムひもにより妨げられる事はない。また, 小球は天井に到達せず, x 軸方向にのみ運動をする。

ゴムひもがのびているときのみ復元力がはたらくことから, $x = l$ を境として小球の運動は切り替わる。小球の加速度を a とすると, $x \leq l$ のとき (左図) の小球の運動方程式を l を用いずに表すと 解答欄(ii) であり, $x > l$ のとき (右図) の小球の運動方程式は 解答欄(iii) となる。

この小球を $x = 0$ から $x = -2l$ まで引き下げてそっと手を放した。このときの時刻を $t = 0$ とする。小球がはじめて $x = l$ に達するまでの x を示す式は, 余弦関数を用いて $x = 解答欄(iv)$ と表される。したがって, 小球がはじめて $x = l$ に達する時刻は 解答欄(v) であり, $x = l$ を通過するときの小球の速さは 解答欄(vi) である。また, 小球が最高点に達する時刻は 解答欄(vii) であり, その位置は $x = 解答欄(viii)$ である。その後, 小球は $x = -2l$ の位置に戻り, 同様な周期運動をする。この小球の周期運動の概形を $t = 0$ から 1 周期分のみ表すと 解答欄(ix) のようになる。



[3](配点 50 点) 以下の各問い合わせに対する解答を、解答用紙の該当する欄に記入しなさい。円周率を π とする。

点 O を中心とした球形の断熱容器に、質量 m の单原子分子 N 個からなる理想気体が入っている(図 1)。はじめ各分子は一定の速さ v で運動し、なめらかな容器壁面と弹性衝突する。分子間の衝突や重力の影響、および容器の厚さは無視でき、点 O は常に静止しているとしなさい。なお、 N はきわめて大きく、すべての分子は特定の方向にかたよることなく運動している。

I. ここでは、図 1 のように球形容器の半径が r で一定である場合を考える。

- (1) 1 個の分子が速さ v で容器壁面に入射角 θ で弹性衝突した。この衝突で分子が壁面に及ぼす力積の大きさを求めなさい。
- (2) この 1 個の分子が一度衝突してから次に壁面に衝突するまでに移動する距離を求めなさい。
- (3) 時間 Δt の間、この 1 個の分子は衝突を繰り返す。 Δt の間に 1 個の分子が壁面に衝突する回数を求めなさい。
- (4) 時間 Δt の間に、この 1 個の分子が壁面に及ぼす平均の力の大きさを求めなさい。
- (5) N 個の分子が壁面に及ぼす圧力を m, v, N, V を用いて表しなさい。なお V は容器の体積 $4\pi r^3/3$ である。

II. ここでは、球形容器の半径がゆっくりと増加する場合を考える。このときの壁面の速さを u とする。静止した観察者から見た衝突部分の拡大図を図 2 に示す。

- (6) 図 2 のように 1 個の分子が速さ v 、入射角 θ で壁面に弹性衝突した。衝突後の分子の速度の壁面に垂直な成分の大きさを v, u, θ を用いて表しなさい。
- (7) 衝突による 1 個の分子の運動エネルギーの変化を m, u, v, θ を用いて表しなさい。ただし、 u は v に比べて非常に小さな値であるため u^2 を 0 としなさい。なお、壁面はなめらかであり、分子の速度の壁面に平行な成分の大きさは衝突の前後で変化しないことに注意しなさい。
- (8) 半径が r である瞬間から、微小な時間 Δt だけ経過する間、1 個の分子は (6) と同様の衝突を繰り返す。ここで u は v に比べて非常に小さな値であるため、この衝突回数は (3) で求めた回数と同じであるとする。 Δt だけ経過する間の、球形容器内の理想気体の内部エネルギーの変化を $N, m, v, r, \Delta t$ を用いて表しなさい。

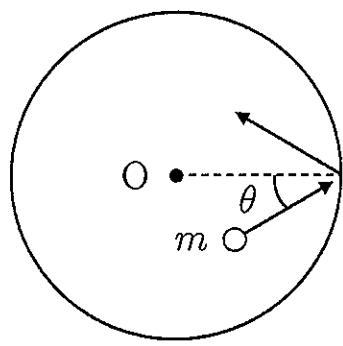


図 1

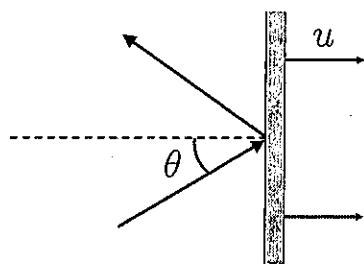


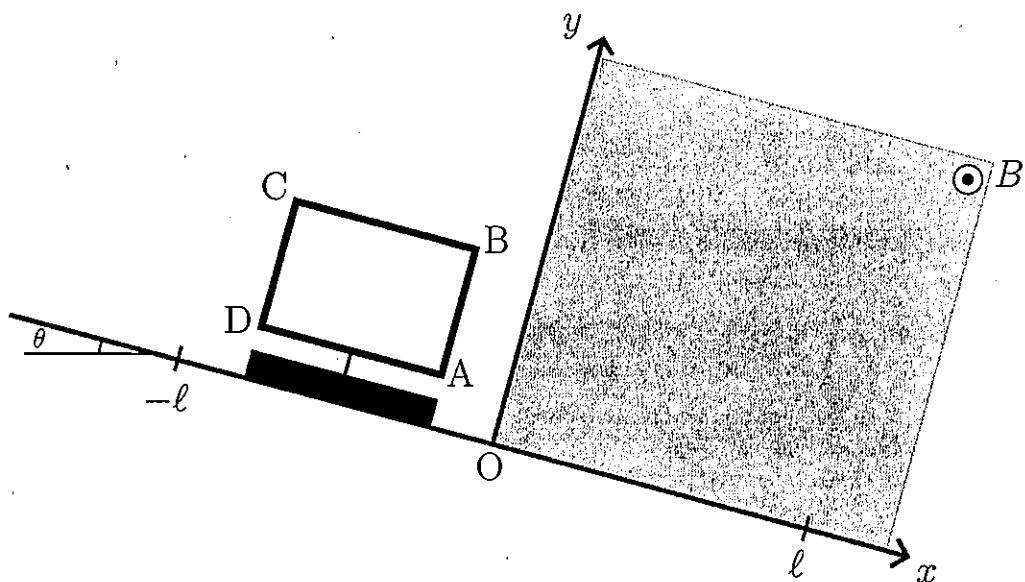
図 2

- [4] (配点50点) 次の文章の中の [] にあてはまる式を解答用紙の該当する欄に記入しなさい。
 ただし、[解答欄(ウ)]、[解答欄(オ)]について { } の中のいずれか一つを選んで記入しなさい。また、[解答欄(ケ)]については、解答用紙の該当する場所に実線でグラフを描きなさい。また、軸には適切な文字式を記入しなさい。重力加速度の大きさを g とする。

図のように、水平に対して θ の角度をなすなめらかな斜面がある。斜面に沿って下向きに x 軸、斜面に対して垂直上向きに y 軸、紙面に垂直で裏から表の向きに z 軸を設定する。 $x \geq 0$ の領域に磁束密度の大きさ B の一様な磁場（磁界）が z 軸正の向きに存在している。抵抗値 R の長方形コイル ABCD が、辺 AD, BC が斜面に平行になるように台に固定されている。コイルの辺 AB, CD の長さは a , 辺 BC, DA の長さは b である。コイルを含んだ台の全質量を m とする。以下では、誘導起電力はコイルのみに生じ、コイルの自己インダクタンスは無視できるものとする。また、コイルは xy 平面内を運動するものとする。

台をコイルの辺 AB の x 座標が $-l$ ($l > b$ とする) になるように置き、そっと手を放したところ、台は斜面を x 軸に沿って下降した。コイルの辺 AB が y 軸に到達した時刻を $t = 0$ とする。このとき、台の速さは [解答欄(ア)] である。この直後に辺 AB に流れる誘導電流の大きさは [解答欄(イ)]、向きは [解答欄(ウ) {A → B, B → A}] である。誘導電流によって辺 AB にはたらく力の大きさは [解答欄(エ)]、向きは [解答欄(オ) {x, y, z} 軸 {正, 負}] の向きとなる。時刻 $t = 0$ 以降、台は一定時間等速運動をした。これより、 l は [解答欄(カ)] と表される。

時刻 $t = [解答欄(キ)]$ で、台は等速運動をやめた。台が等速運動をしている間にコイルに生じたジュール熱を ℓ を用いて表すと [解答欄(ク)] となる。コイルの辺 AB の x 座標を横軸にとり、 $-l \leq x \leq l$ の範囲における台の速さ v の変化をグラフに表すと [解答欄(ケ)] のようになる。



物理問題訂正

大問 3 (8)

問題文 4 行目

～変化を $N, m, v, r, \Delta t$ を用いて表しなさい。

