令和7年度

東京海洋大学 海洋工学部

総合型選抜 第2次選抜 課題学習能力試験

令和6年10月18日

受験番号		氏名	

問 1 (25 点) 軸が直線 $x=-2$ で，2 点 $(0,-1)$，$(-6,5)$ を通る放物線をグラフにもつ 2 次関数を $y=f(x)$ とする．$-3 \leqq x \leqq 3$ における $f(x)$ の最大値と最小値，およびそれぞれのときの x の値を求めよ．

軸が直線 $x=-2$ なので，$y=a(x+2)^2+b$ とおける．$(0,-1)$，$(-6,5)$ を通ることより，$a=\dfrac{1}{2}$，$b=-3$．よって，$y=f(x)=\dfrac{1}{2}(x+2)^2-3$．この関数は $-3 \leqq x \leqq 3$ において，$x=3$ で最大値 $\dfrac{19}{2}$ をとり，$x=-2$ で最小値 -3 をとる．

問 2 (25 点) 3 つの整数 a，b，c が $(a+1)^2+(b+1)^2=(c+1)^2$ を満たすとき，a，b，c の少なくとも 1 つは奇数であることを示せ．

背理法で示す．a，b，c がすべて偶数と仮定すると，整数 k，l，m を用いて $a=2k$，$b=2l$，$c=2m$ と書ける．よって

$$(2k+1)^2+(2l+1)^2=(2m+1)^2$$

より，

$$4(k^2+k+l^2+l-m^2-m)+1=0$$

となるが，この式の左辺は 4 で割ると 1 余るのに対し，右辺は 4 で割り切れるので矛盾である．よって，a，b，c の少なくとも 1 つは奇数である．

令和７年度

東京海洋大学 海洋工学部

総合型選抜 第２次選抜 課題学習能力試験

令和６年１０月１８日

受験番号		氏名	

問 3（25 点）$180^\circ \leqq \theta \leqq 360^\circ$ とする．$\tan\theta = \dfrac{\sqrt{15}}{7}$ のとき，$\sin\theta$ と $\cos\theta$ および $\cos\dfrac{\theta}{2}$ の値を求めよ．

$180^\circ \leqq \theta \leqq 360^\circ$ および $\tan\theta > 0$ より $180^\circ < \theta < 270^\circ$ であることに注意する．$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{\sqrt{15}}{7}$ および $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ より，$\sin\theta = -\dfrac{\sqrt{15}}{8}$，$\cos\theta = -\dfrac{7}{8}$．半角の公式および $90^\circ < \theta < 135^\circ$ より，$\cos\dfrac{\theta}{2} = -\sqrt{\dfrac{1+\cos\theta}{2}} = -\dfrac{1}{4}$．

問 4（25 点）2 つの曲線 $C_1 : y = x^3$，$C_2 : y = x^3 + 32$ を考える．
(1) C_1 の点 (a, a^3) における接線の方程式，および C_2 の点 $(b, b^3 + 32)$ における接線の方程式を求めよ．
(2) C_1，C_2 の両方に接する直線の方程式を求めよ．

(1) C_1 において $y' = 3x^2$ より，点 (a, a^3) における接線の方程式は $y = 3a^2x - 2a^3$ である．同様に C_2 において $y' = 3x^2$ より，点 (b, b^3) における接線の方程式は $y = 3b^2x - 2b^3 + 32$ である．
(2) (1) で求めた 2 つの接線が一致するので，$3a^2 = 3b^2$，$-2a^3 = -2b^3 + 32$ となる．第 1 式より，$a = \pm b$．ここで，$a = b$ のときは第 2 式が満たされない．$a = -b$ のとき，第 2 式より，$a^3 = -8$．$\therefore a = -2$，$b = 2$．従って求める接線は $y = 12x + 16$．